

SISTEMAS DE NUMERACIÓN

2.1 INTRODUCCIÓN:

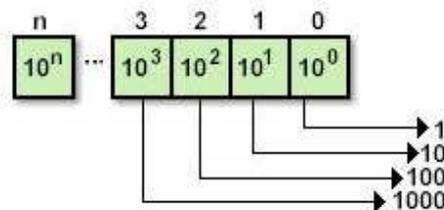
Un **sistema numérico** es un conjunto de números que se relacionan para expresar la relación existente entre la cantidad y la unidad. Debido a que un número es un símbolo, podemos encontrar diferentes representaciones para expresar una cantidad.

La base de un sistema numérico es el número de dígitos diferentes usados en ese sistema. A continuación se ejemplifican estas definiciones con los sistemas numéricos más comúnmente usados que son:

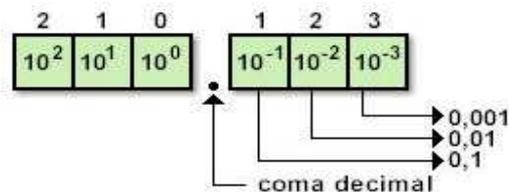
Base	Sistema	Dígitos
2	Binario	0, 1
8	Octal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
10	Decimal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
16	Hexadecimal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

2.2 SISTEMA DECIMAL

En el sistema de numeración decimal se utilizan diez símbolos, del 0 al 9 para representar una determinada cantidad. Los diez símbolos no se limitan a expresar solamente diez cantidades diferentes, ya que se utilizan varios dígitos en las posiciones adecuadas dentro de un número para indicar la magnitud de la cantidad.



La posición de cada dígito en un número decimal indica la magnitud de la cantidad representada y se le puede asignar un peso. Los pesos para los números enteros son potencias de 10, que aumentan de derecha a izquierda, comenzando por $10^0 = 1$



Para números fraccionarios, los pesos son potencias negativas de diez que aumentan de izquierda a derecha comenzando por 10^{-1} .

Ejemplo 1: $225_{10} = 2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 = 200 + 20 + 5$

Ejemplo 2: $524,32 = 5 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} = 500 + 20 + 4 + 0,3 + 0,02$

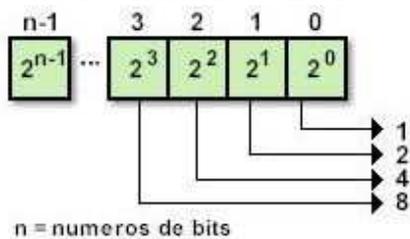
2.3 SISTEMA BINARIO

El sistema de numeración binario es simplemente otra forma de representar magnitudes. El sistema decimal con sus diez dígitos es un sistema en base 10, el sistema binario con sus dos dígitos es un sistema en **base dos**. Los dos dígitos binarios son **0 y 1**. La posición de un 1 o un 0 en un número binario indica su peso dentro del número, así como la posición de un dígito decimal determina el valor de ese dígito. Los pesos de un número binario están basados en las potencias de dos.

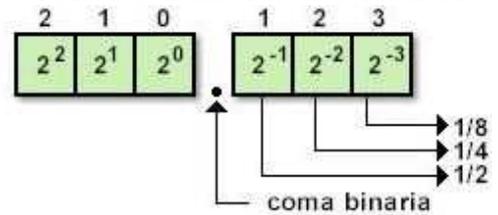
Base: 2
Símbolos: 0,1

El formato para números enteros y fraccionarios es similar al de los números binarios.

Para los números enteros



Para los números fraccionarios



Este sistema, presenta el inconveniente de que necesita muchas cifras para la representación de un número grande, y es muy engorroso para un humano. Sin embargo, el sistema binario es el más adecuado para las computadoras por varias razones:

1. La mayor parte de las computadoras existentes representan la información y la procesan mediante elementos y circuitos electrónicos de dos estados.
2. Por la seguridad y la rapidez de respuesta de los elementos físicos de dos estados diferenciados (ON/OFF).
3. Las operaciones aritméticas son sencillas.

2.4 CONVERSIÓN BINARIO - DECIMAL

La forma más sencilla de realizar esta conversión es con la suma de potencias de la base.

$$N = A_n * B^n + A_{n-1} * B^{n-1} + \dots + A_1 * B^1 + A_0 * B^0$$

Donde:

- ◆ **A_i son las distintas cifras del valor numérico e 'i' su posición.**
- ◆ **B = 2**

Ejemplo 1:

Dado el número binario: 1011, encontrar el equivalente decimal.

Si desarrollamos el número dado como potencias de 2 tendremos:

$$(1011)_2 = 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = 1*8 + 0*4 + 1*2 + 1*1 = 8 + 2 + 1 = (11)_{10}$$

Ejemplo 2: Ahora vamos a realizar lo mismo pero con cifras decimales. Dado el número binario: 1011,011₂, encontrar el equivalente decimal.

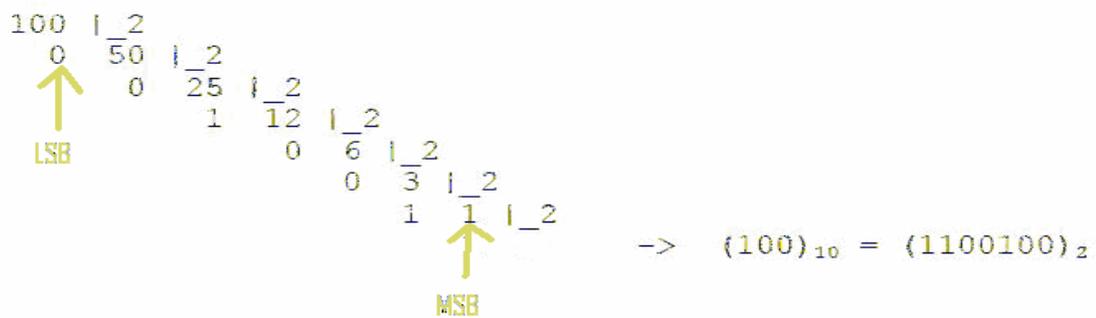
$$(1011,011)_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} = 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1/2 + 1 \cdot 1/4 + 1 \cdot 1/8 = (11,375)_{10}$$

2.5 CONVERSIÓN DECIMAL - BINARIO

Se divide sucesivamente el número decimal entre 2. Cada cociente resultando se divide entre 2 hasta que se obtiene un cociente cuya parte entera es 0. Los restos generados en cada división forman el número binario. El primer resto es el bit menos significativo (**LSB**) del número binario, y el último resto es el bit más significativo (**MSB**).

Ejemplo 1:

Transformar el número decimal 100 en binario:

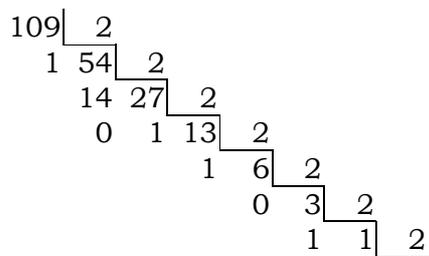


Si el número es decimal, se divide en parte entera y parte fraccionaria.

- ♦ **La parte entera** se convierte dividiendo sucesivamente el número decimal entre 2.
- ♦ **La parte fraccionaria** se puede convertirse aplicando una multiplicación sucesiva por 2. En este caso se multiplica la parte fraccionaria por 2 y después se multiplica cada parte fraccional resultante del producto por 2, hasta que el producto fraccionario sea 0 o hasta que se alcance el número deseado de posiciones decimales. Los dígitos acarreados o acarreo generados por la multiplicación dan lugar al número binario. El primer acarreo que se obtiene es el **MSB** (Most Significant Byte) y el último el **LSB** (Least Significant Byte).

Ejemplo 2: Expresar el número decimal 109,625 en el sistema binario.

La parte entera se convierte dividiendo sucesivamente el número decimal entre 2.



$$(109)_{10} = (1101101)_2$$

La parte fraccionaria se aplica el Método de la multiplicación sucesiva:

$$0,625 * 2 = 1,25$$

$$0,25 * 2 = 0,50$$

$$0,50 * 2 = 1,00$$

El resultado final es la unión de ambos valores: $(109,625)_{10} = (1101101,101)_2$

2.6 SISTEMA OCTAL

Este sistema tiene una base de ocho símbolos. La facilidad que existe en convertir entre el sistema binario y el octal, permite expresar los números binarios en un formato más compacto, ya que cada dígito octal equivale a 3 dígitos binarios.

Base: 8

Símbolos: 0,1,2,3,4,5,6,7

Los ocho primeros números octales se escriben:

Octal	Decimal	Binario
0	0	000
1	1	001
2	2	010
3	3	011
4	4	100
5	5	101
6	6	110
7	7	111

2.7 CONVERSIÓN OCTAL- BINARIO

La conversión de octal a binario se lleva a cabo conviniendo cada dígito octal en su equivalente binario de 3 bits. Por medio de estas conversiones, cualquier número octal se convierte a binario, convirtiéndolo de manera individual.

Ejemplo 1: Convertir $(375)_8 = (01111101)_2$

$$\begin{array}{ccc} 3 & 7 & 5 \\ 011 & 111 & 101 \end{array}$$

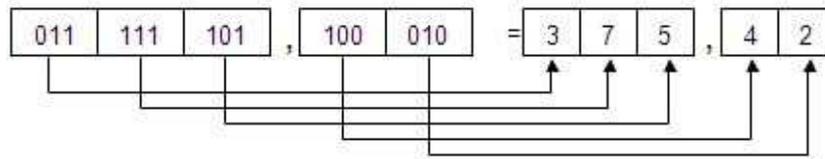
2.8 CONVERSIÓN BINARIO - OCTAL

La conversión de enteros binarios a octales es agrupar los bits del número binario en conjuntos de tres comenzando por el LSB. Luego, cada grupo se convierte a su equivalente octal.

Ejemplo 1: Convertir $111001101110_2 = 7156_8$

$$\begin{array}{cccc} 111 & 001 & 101 & 110 \\ 7 & 1 & 5 & 6 \end{array}$$

Ejemplo 2: Convertir $11111101,100010_2$ a octal



2.9 CONVERSIÓN OCTAL- DECIMAL

Se realiza del mismo modo que de binario a decimal, teniendo en cuenta que la base ahora es $B=8$.

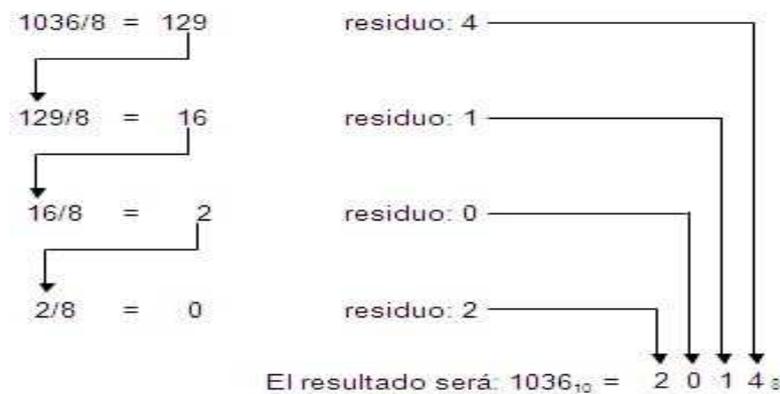
Ejemplo 1: $345,5_8 = 3 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 + 5 \cdot 8^{-1} = 192 + 32 + 5 + 0,625 = 229,625_{10}$

2.10 CONVERSIÓN DECIMAL - OCTAL

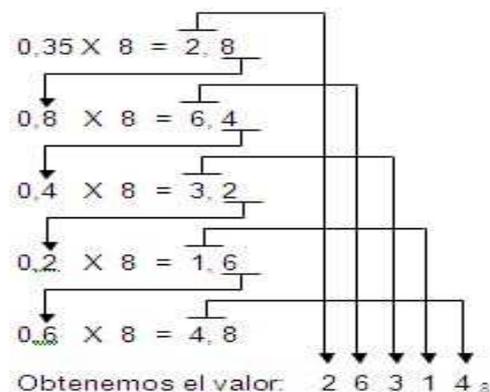
Se realiza del mismo modo que de decimal a binario, dividiendo la parte entera de forma sucesiva por la base $B=8$, y caso de tener parte decimal se multiplica la parte fraccionaria por la base.

Expresar el número decimal $1036,35_{10}$ en octal.

Parte entera



Parte fraccionaria



2.11 SISTEMA HEXADECIMAL

Al igual que el sistema octal este sistema da una forma mas compacta para representar los números binarios. Consta de 16 símbolos. Para indicar que el número se expresa en hexadecimal se suele colocar una H al final.

Base: 16

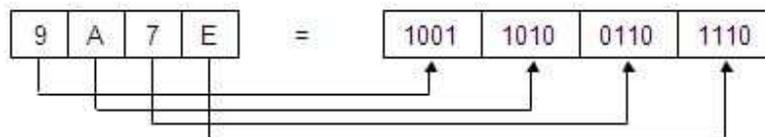
Símbolos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

2.12 CONVERSIÓN HEXADECIMAL-BINARIO

Basta con sustituir cada símbolo hexadecimal por su equivalente en binario, según se indica en la tabla siguiente:

Hexadecimal	Decimal	Binario
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000
9	9	1001
A	10	1010
B	11	1011
C	12	1100
D	13	1101
E	14	1110
F	15	1111

Ejemplo 1: Hállese el equivalente binario del número 9A7E₁₆



Con lo que tenemos que $9A7E_{16} = 1001101001101110_2$

2.13 CONVERSIÓN BINARIO- HEXADECIMAL

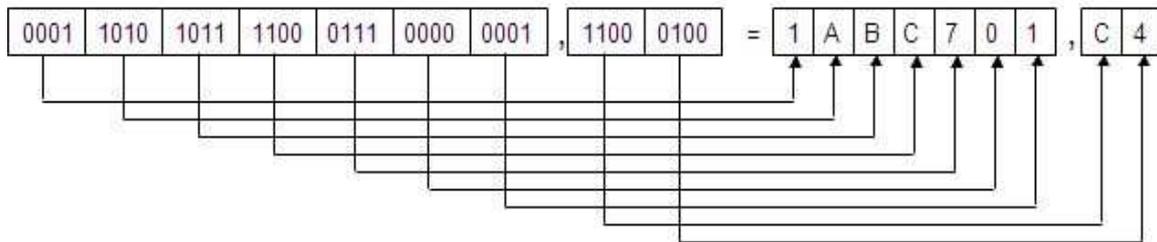
La conversión de binario a hexadecimal es similar, excepto que los dígitos se agrupan en conjuntos de cuatro dígitos. El correspondiente dígito hexadecimal para cada grupo de cuatro dígitos se anota en la parte inferior del registro. La hilera de dígitos, así obtenida, representa el número hexadecimal equivalente al número binario.

Ejemplo 1: Calcúlese el equivalente hexadecimal del número binario :110101011110001110000001,110001₂

Agrupamos y rellenamos con 0's:

0001 1010 1011 1100 0111 0000 0001, 1100 0100₂

Sustituimos cada grupo de 4 por su equivalente hexadecimal:



2.14 CONVERSIÓN HEXADECIMAL-DECIMAL

La conversión se realiza siguiendo el mismo procedimiento que en las conversiones binario-decimal, pero considerando la base B=16. En este caso, además, deberemos sustituir los valores A, B, C, D, E, F por su equivalencia en el sistema decimal.

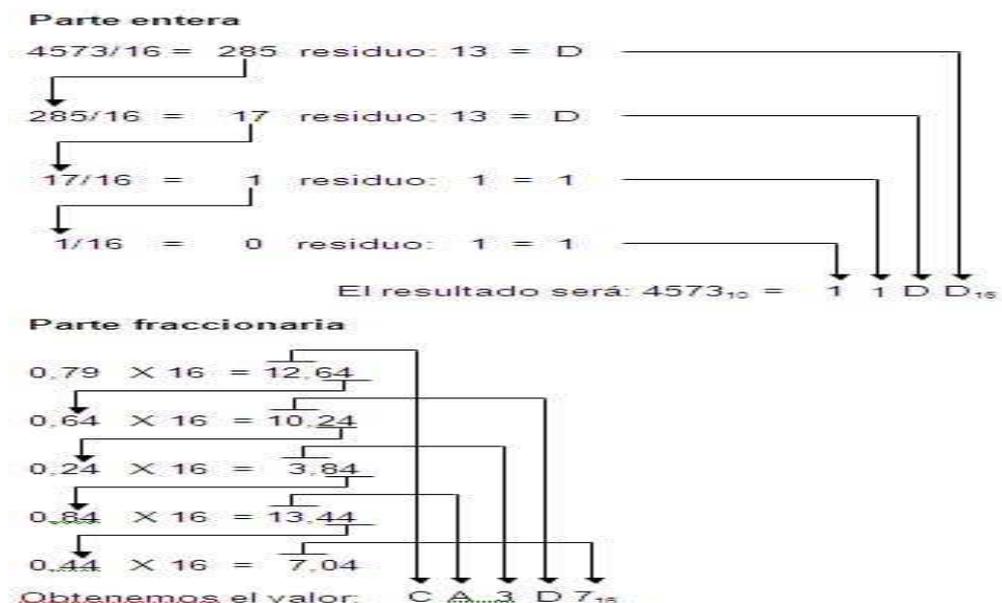
Ejemplo 1: Hállese el equivalente decimal del valor hexadecimal **39,B8**₁₆.

$$39,B8_{16} = 3 \cdot 16^1 + 9 \cdot 16^0 + B \cdot 16^{-1} + 8 \cdot 16^{-2} = 3 \cdot 16^1 + 9 \cdot 16^0 + 11 \cdot 16^{-1} + 8 \cdot 16^{-2} = 48 + 9 + 0.6875 + 0.03125 = 57,71875$$

2.15 CONVERSIÓN DECIMAL- HEXADECIMAL

Procederemos del mismo modo que en la conversión decimal-binario, considerando B=16. Dividiremos la parte entera sucesivamente por la base, y si hubiera parte fraccionaria si la multiplicaremos por la base.

Ejemplo 1: Hállese el equivalente hexadecimal del número **4573,79**₁₀.



El resultado final es la unión de ambos valores: 11DD,CA3D7...₁₆

EJERCICIOS RESUELTOS Y PROPUESTOS

1. Dado el número 1280_{10} ¿Cuál de las siguientes opciones correspondería a su representación en binario?

- A. 1010000000
- B. 10011110110
- C. 10110000000

2. Dado el número 1070_8 ¿Cuál de las siguientes opciones correspondería a su representación en decimal?

- A. 670_{10}
- B. 107_{10}
- C. 345_{10}
- D. 568_{10}

3. Dado el número 3554_{10} ¿Cuál de las siguientes opciones correspondería a su representación en Hexadecimal?

- A. 12132_{16}
- B. $DE2_{16}$
- C. $D132_{16}$
- D. $AB2_{16}$

4. Dado el número 111100010 ¿Cuál de las siguientes opciones correspondería a su representación en Octal?

- A. 742_8
- B. 722_8
- C. 720_8

5. Dado el número $3BC_{16}$ ¿Cuál de las siguientes opciones correspondería a su representación en Binario?

- A. 0001110111100
- B. 0011101111000
- C. 1110111100

RESUELVA

1. Convertir los siguientes números del sistema binario al decimal:

- A. 101100000
- B. 1111101

2. Convierta los siguientes números del sistema octal al sistema decimal

- A. 2630_8
- B. 1731_8

3. Convierta los siguientes números del sistema decimal al sistema hexadecimal

- A. 4586_{10}
- B. 963_{10}

4. Convierta los siguientes números del sistema binario al sistema octal

- A. 111110001
- B. 10111101010

5. Convierta los siguientes números del sistema hexadecimal al sistema binario

- A. $8D3_{16}$
- B. $E29_{16}$